



SISTEMAS NUMÉRICOS

SISTEMAS NUMÉRICOS

Cambio de Bases

Ejercicio: Convertir a decimal el número expresado en base 5 $31,42$; es decir $31,42|_5 \rightarrow |_{10}$

Cuando tenemos que convertir números no enteros a otras bases, si voy de una base mayor a una menor, tengo dividir recurrentemente la parte entera por la base a la que voy y operar en la base en la que estoy, luego colecto los restos desde el último como mas significativo hasta el primero como el menos significativo. Mientras que a la parte decimal la multiplicaré recurrentemente por la base a la que voy, operando en la base que estoy y luego voy restando la parte entera en cada paso hasta que logre alcanzar el error de truncamiento solicitado.

Cuando tengo que ir de una base menor a una mayor me conviene descomponer el número como la sumatoria de coeficientes por la base en la que estoy elevada a cada peso correspondiente y opero en la base a la que voy.

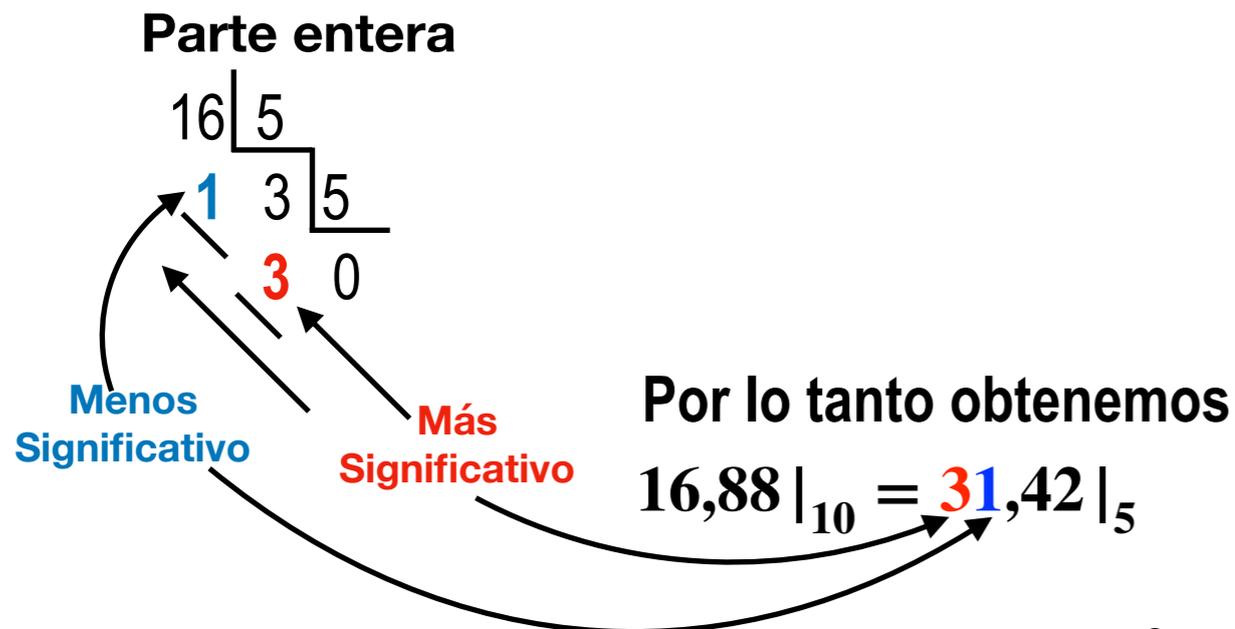
$$31,42|_5 \rightarrow |_{10} = \sum_{i=-2}^1 a_i \cdot 5^i$$

$$31,42|_5 \rightarrow |_{10} = 3 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 + 4 \cdot 5^{-1} + 2 \cdot 5^{-2}$$

$$31,42|_5 \rightarrow |_{10} = 3 \cdot 5 + 1 \cdot 1 + 4 \cdot 0,2 + 2 \cdot 0,04$$

$$31,42|_5 \rightarrow |_{10} = 15 + 1 + 0,8 + 0,08 = 16,88|_{10}$$

Ejercicio: Convertir a base 5 el número expresado en decimal $16,88$; es decir $16,88|_{10} \rightarrow |_5$



SISTEMAS NUMÉRICOS

Cambio de Bases

Ejercicio: Convertir a base 5 el número expresado en decimal 31,42; es decir $31,42|_{10} \rightarrow |_5$

Parte entera

31		5
1	6	5
1	1	5
1	0	

Menos Significativo Más Significativo

Parte decimal

$0,42 \times 5 = 2,10$	→	$2,10 - 2 = 0,10$
$0,10 \times 5 = 0,50$	→	$0,50 - 0 = 0,50$
$0,50 \times 5 = 2,50$	→	$2,50 - 2 = 0,50$
$0,50 \times 5 = 2,50$	→	$2,50 - 2 = 0,50$

↓ Parte entera

Periódico

Por lo tanto obtenemos $31,42|_{10} = 111,2022|_5$

Ejercicio: Convertir a decimal el número expresado en base 5 $111,2022|_5 \rightarrow |_{10}$ con un error menor a 10^{-3} .

$$111,2022|_5 \rightarrow |_{10} = \sum_{i=-4}^2 a_i \cdot 5^i$$

$$111,2022|_5 \rightarrow |_{10} = 1 \cdot 5^2 + 1 \cdot 5^1 + 1 \cdot 5^0 + 2 \cdot 5^{-1} + 0 \cdot 5^{-2} + 2 \cdot 5^{-3} + 2 \cdot 5^{-4}$$

$$111,2022|_5 \rightarrow |_{10} = 1 \cdot 25 + 1 \cdot 5 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0,2 + 0 \cdot 0,04 + 2 \cdot 0,008 + 2 \cdot 0,0016$$

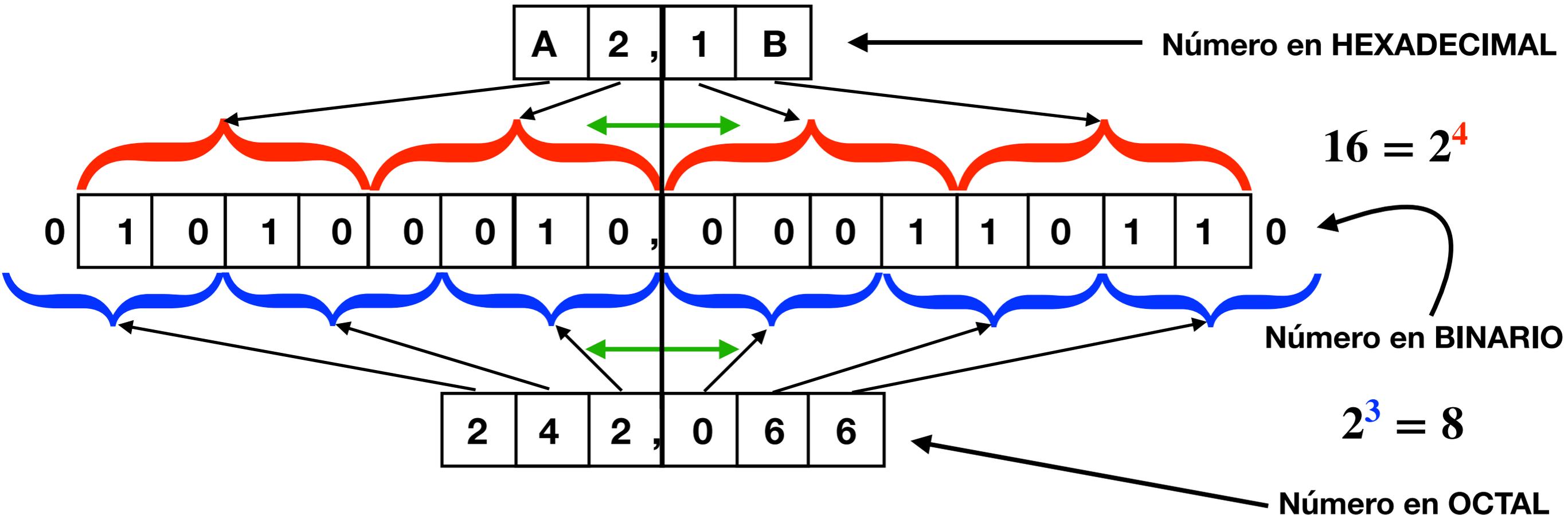
$$111,2022|_5 \rightarrow |_{10} = 25 + 5 + 1 + 0,4 + 0 + 0,016 + 0,0032 = 31,4192|_{10}$$

$$\text{Error} = 31,42 - 31,4192 = 0,0008 < 0,001 = 10^{-3}$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

Bases que son potencias de otras bases

Ejercicio: Convertir a octal sin pasar por base 10 el número hexadecimal A2,1B



Cuando tenemos que convertir números entre bases que son potencias de otras bases, simplemente si voy de una base mayor a una menor, tengo que expandir cada caracter de la base mayor en tantos caracteres de la base menor como el exponente que relaciona ambas bases. En este caso como puede verse en rojo cada caracter hexadecimal se convierte en cuatro caracteres binarios.

Ahora si voy de una base menor a una mayor, tengo que agrupar tantos caracteres de la base menor en un caracter de la base mayor según el exponente que vincula a las dos bases. En este caso puede verse en azul como tres caracteres binarios forman un caracter octal. Si no coinciden la cantidad de caracteres colocaré ceros a la izquierda en la parte entera y a la derecha en la parte decimal, como se puede ver. Siempre tendré que comenzar desde la coma, hacia la izquierda la parte entera y hacia la derecha la parte decimal.

SISTEMAS NUMÉRICOS

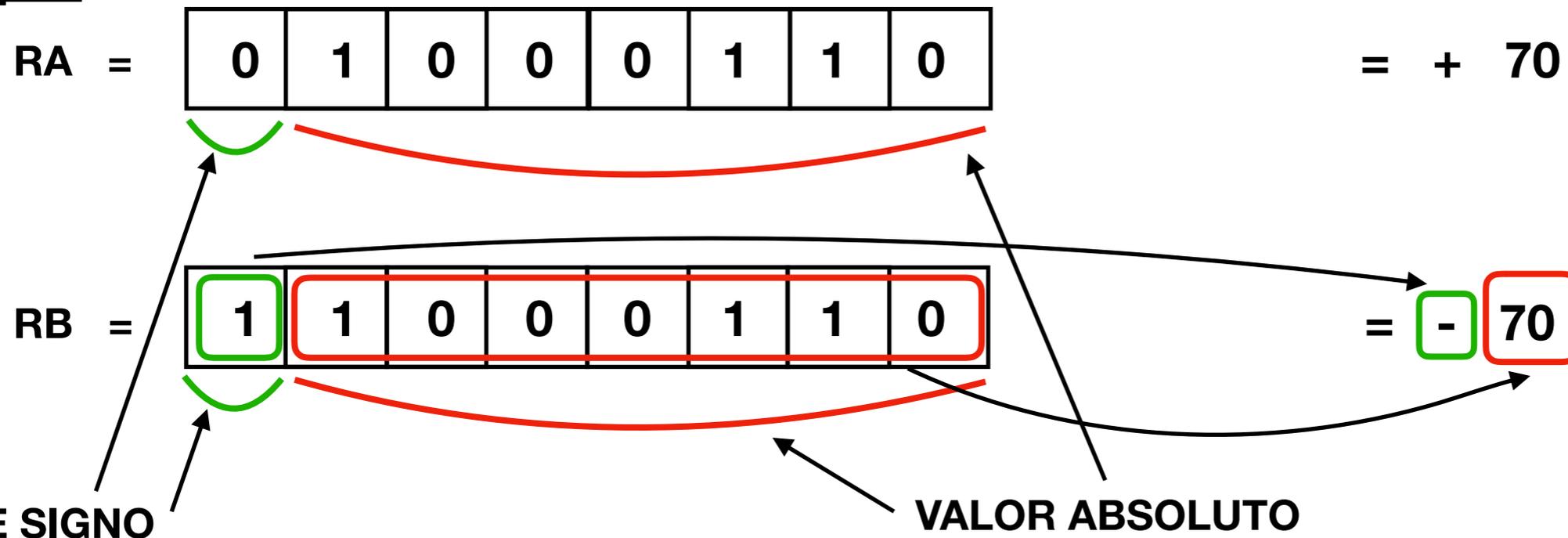
Convenciones para representar números con signo

VALOR ABSOLUTO + BIT DE SIGNO

Esta convención sirve solamente para representar números con signo y NO sirve para realizar operaciones. Es sencillo, se parte el registro que contiene el número en dos, por un lado me quedo con el bit de signo, si es 0, el número será + (positivo) o mayor que 0; mientras que si el bit de signo es 1, el número será - (negativo) o menor que 0. Por otro lado el resto del registro, los n-1 bits menos significativos indican cual es el valor absoluto del número representado.

Ejemplo:

Número en DECIMAL



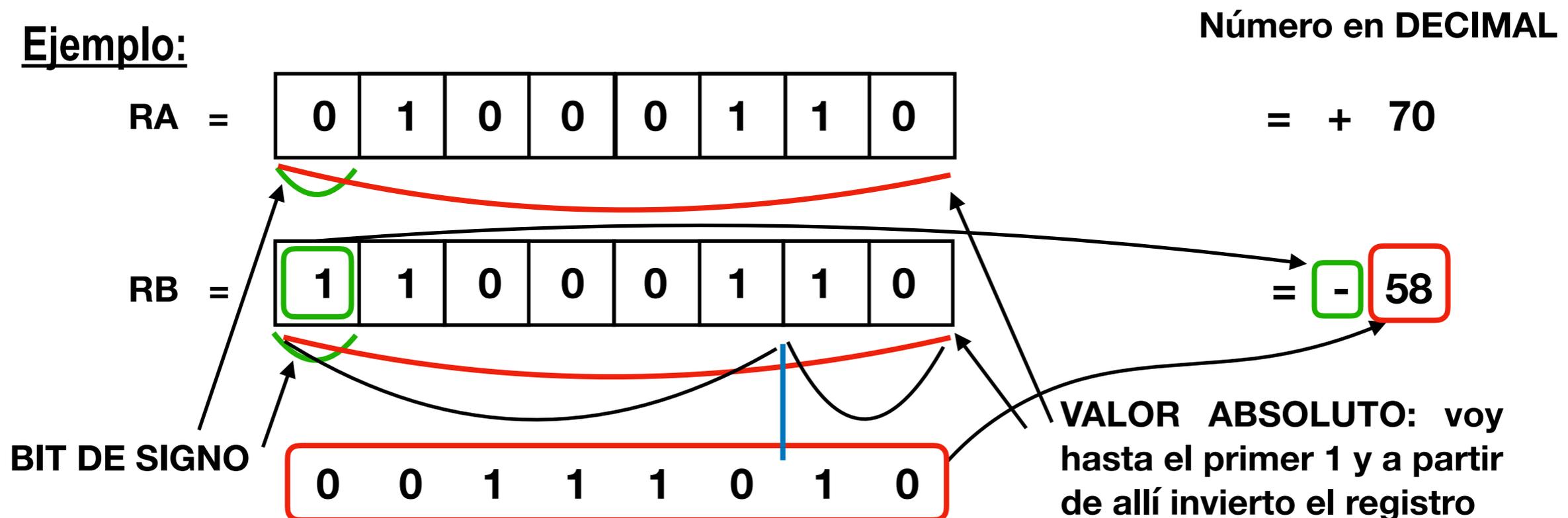
SISTEMAS NUMÉRICOS

Convenciones para representar números con signo

COMPLEMENTO AL MÓDULO + BIT DE SIGNO

Esta convención también conocida como **complemento a la base** o **complemento a 2 + bit de signo**, sirve para representar y realizar operaciones con números con signo. ¿Cómo se cuál es el signo y el valor absoluto o módulo del número?, Me fijo cual es el bit de signo, si es 0, el número será + (positivo) o mayor que 0; mientras que valor absoluto es todo el registro sin complementar el numero (los números positivos no se complementan). Mientras que si el bit de signo es 1, el número será - (negativo) o menor que 0, y el valor absoluto lo obtendré complementando todo el registro. Aquí recorro el registro de derecha a izquierda hasta encontrar el primer 1 dejando todo como está y a partir de allí cambio 0's por 1's y 1's por 0's, luego tengo el módulo en decimal. Otra forma es invertir todo el registro y luego sumar un 1.

Ejemplo:

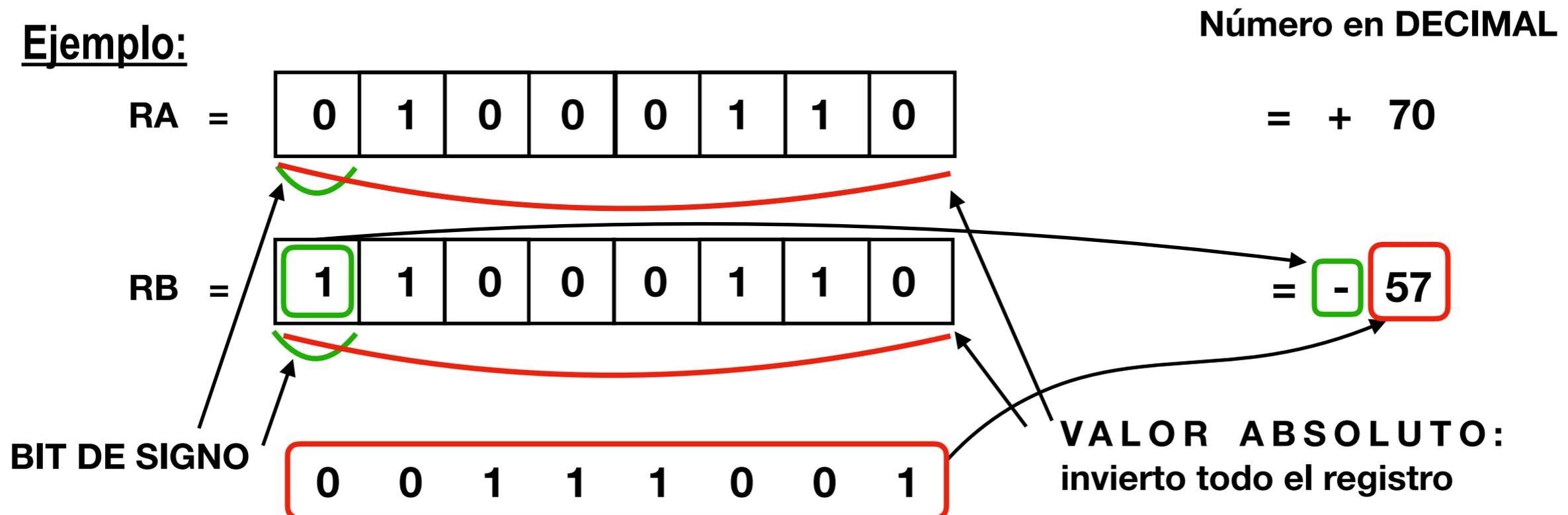


SISTEMAS NUMÉRICOS

Convenciones para representar números con signo

COMPLEMENTO AL MÓDULO MENOS UNO + BIT DE SIGNO

Esta convención también conocida como **complemento a la base menos uno** o **complemento a 1 + bit de signo**, sirve para representar y realizar operaciones con números con signo. ¿Cómo se cuál es el signo y el valor absoluto o módulo del número?, Me fijo cual es el bit de signo, si es 0, el número será + (positivo) o mayor que 0; mientras que valor absoluto es todo el registro sin complementar el numero (los números positivos no se complementan). Mientras que si el bit de signo es 1, el número será - (negativo) o menor que 0, y el valor absoluto lo obtendré complementando todo el registro. Aquí invierto todo el registro, es decir cambio 0's por 1's y 1's por 0's, luego tengo el módulo en decimal.



SISTEMAS NUMÉRICOS

Representación e Interpretación de números con y sin signo

Como se puede ver en la tabla un mismo número en binario puede tener diferentes significados, de acuerdo a la convención en la que estemos operando. Cuando el bit de signo es el 0, entonces el número no se complementa y es el mismo en todas las convenciones. Ahora cuando el bit de signo es 1, entonces sabemos que se trata de un número negativo, pero el valor absoluto o módulo dependerá de la convención en la que estemos representando y operando.

A	B	C	S/SG	C_M	C_{M-1}	VA + SG
0	0	0	0	+0	+0	+0
0	0	1	1	+1	+1	+1
0	1	0	2	+2	+2	+2
0	1	1	3	+3	+3	+3
1	0	0	4	-4	-3	-0
1	0	1	5	-3	-2	-1
1	1	0	6	-2	-1	-2
1	1	1	7	-1	-0	-3

Rangos en las distintas convenciones para 3 bits

$$\text{S/SG} : 0 \leftrightarrow 7; \quad 0 \leftrightarrow (2^3 - 1)$$

$$C_M : -4 \leftrightarrow +3; \quad -(2^2) \leftrightarrow +(2^2 - 1)$$

$$C_{M-1} : -3 \leftrightarrow +3; \quad -(2^2 - 1) \leftrightarrow +(2^2 - 1)$$

$$\text{VA} + \text{BS} : -3 \leftrightarrow +3; \quad -(2^2 - 1) \leftrightarrow +(2^2 - 1)$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

Representación e Interpretación de números con y sin signo

Ejercicio: Un procesador opera con números de 8 bits. Hallar la Representación en base decimal y signo de los siguientes números, según la convención que corresponda.

R	A	B	C	D	E	F	G	H	S/SG	C_M	C_{M-1}	VA + SG
A	1	1	1	1	1	0	1	0	250	-6	-5	-122
B	1	1	1	1	1	1	1	1	255	-1	-0	-127
C	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+0	+0	+0
D	1	0	0	0	0	0	0	0	128	-128	-127	-0
E	0	0	0	0	0	0	0	1	1	+1	+1	+1
F	0	1	1	1	0	1	0	1	117	+117	+117	+117
G	1	0	0	0	0	0	0	1	129	-127	-126	-1
H	0	1	1	1	1	1	1	1	127	+127	+127	+127

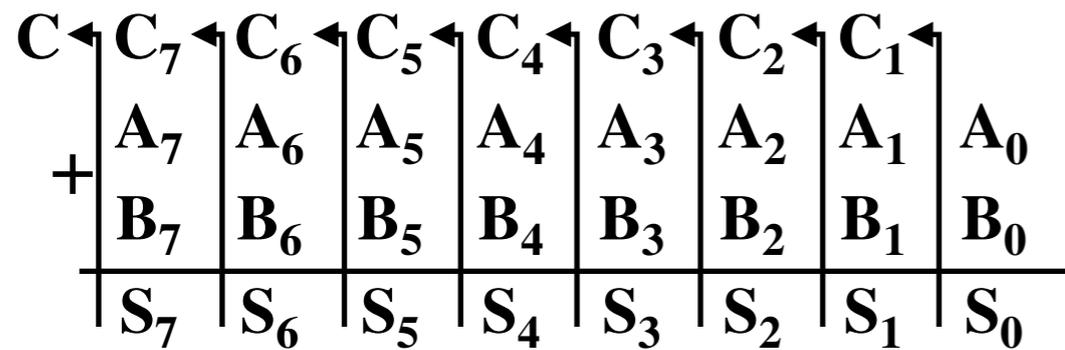
SISTEMAS NUMÉRICOS

Indicadores o Banderas (Flags)

Como puedo obtener el estado de los indicadores o banderas (flags):

- El bit de carry **C**, será el carry al bit $n+1$ del registro, es decir indica que el tamaño del registro no es suficiente para expresar el resultado lo cual indica que la operación se fue de rango (del rango sin signo).
- El bit de **V**, será el **XOR** entre los dos últimos carries $V = C_{n+1} \oplus C_n$, es decir **si son iguales** el overflow será **0**, $V = 0$, mientras que si son distintos los dos últimos carries el overflow será **1**, $V = 1$. Otra forma de verlo es que si opero dos números del mismo signo y el resultado es de signo opuesto, entonces habrá overflow $V = 1$, en otro caso no $V = 0$. Esto indica desborde, es decir que el resultado de la operación con signo no se puede representar en el tamaño de ese registro de resultado, por lo tanto se el resultado se fue de rango (del rango con signo).
- El bit de signo o negativo **S** o **N**, es el bit más significativo del resultado de la operación.
- El bit de cero **Z**, será $Z = 1$ unicamente si todos los bits del resultado son **0**, en cualquier otro caso será $Z = 0$. Recordar que en complemento al módulo hay un solo cero $+0$. En el caso de **complemento al módulo menos 1**, existen dos ceros, $+0$ y -0 , por lo tanto tendré que considerar la opción cuando todos los bits del resultado sean **1**.
- El bit de paridad **P**, será $P = 1$, si la cantidad de **1** del resultado es impar y será $P = 0$, si la cantidad de **1** del resultado es par o cero. Esta convención se llama paridad par de unos, ya que considera cantidad par de unos agregando el bit de paridad al registro de resultado.
- El bit half carry **HC**, es el acarreo (carry) de la mitad del registro del resultado, cuando el número de bits es par. Es solo para información ya que no se utiliza más.

SISTEMAS NUMÉRICOS



Rangos en las distintas convenciones para 8 bits

$$\text{S/SG : } 0 \longleftrightarrow 255; \quad 0 \longleftrightarrow (2^8 - 1)$$

$$\text{C}_M : -128 \longleftrightarrow +127; \quad -(2^7) \longleftrightarrow +(2^7 - 1)$$

$$\text{C}_{M-1} : -127 \longleftrightarrow +127; \quad -(2^7 - 1) \longleftrightarrow +(2^7 - 1)$$

Rangos en las distintas convenciones para n bits

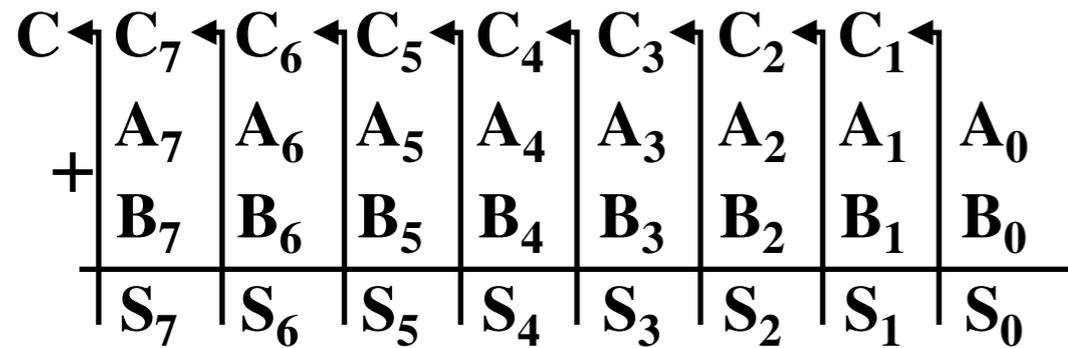
$$\text{S/SG : } 0 \longleftrightarrow (2^n - 1)$$

$$\text{C}_M : -(2^{n-1}) \longleftrightarrow +(2^{n-1} - 1)$$

$$\text{C}_{M-1} : -(2^{n-1} - 1) \longleftrightarrow +(2^{n-1} - 1)$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

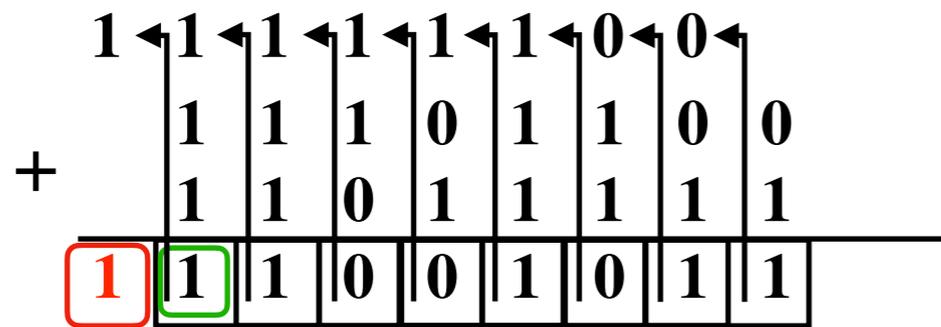
Rangos en las distintas convenciones para 8 bits



$$\boxed{S/SG : 0 \leftrightarrow 255; \quad 0 \leftrightarrow (2^8 - 1)}$$

$$\boxed{C_M : -128 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7) \leftrightarrow +(2^7 - 1)}$$

$$\boxed{C_{M-1} : -127 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7 - 1) \leftrightarrow +(2^7 - 1)}$$



$$\begin{array}{r} -20 \\ + -33 \\ \hline -53 \\ C_M \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -19 \\ + -32 \\ \hline -51 \\ C_{M-1} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 236 \\ + 223 \\ \hline 203 \neq 459 \\ S/SG \end{array}$$

C	1
V	0
S	1
Z	0
P	1

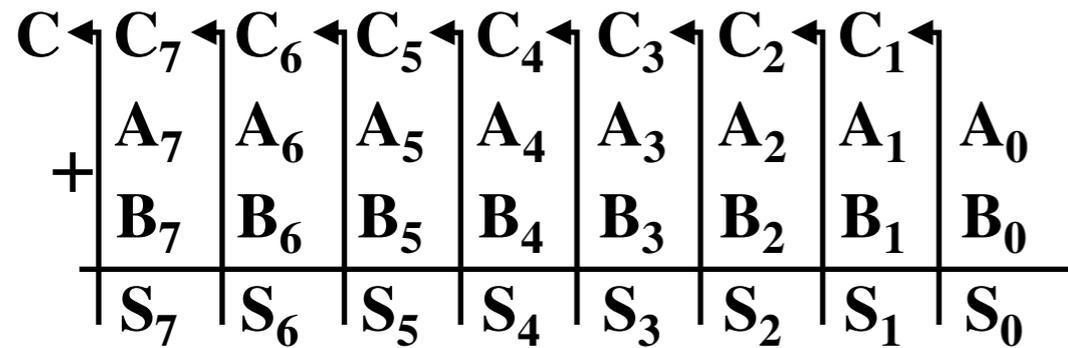
$$\begin{array}{r} 11101100 = -20 \\ + 11011111 = -33 \\ \hline 111001011 = -53 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11101100 = -19 \\ + 11011111 = -32 \\ \hline 111001011 \\ + 1 \\ \hline 11001100 = -51 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 11101100 = 236 \\ + 11011111 = 223 \\ \hline 111001011 = 203 \neq 459 \end{array}$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

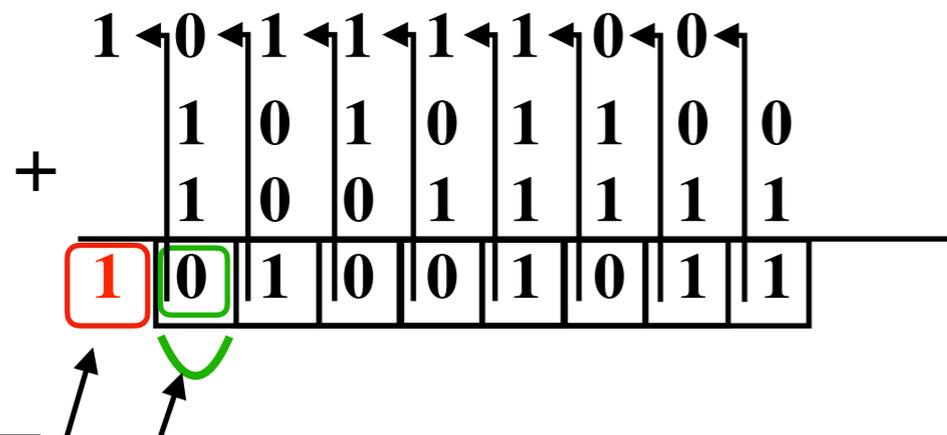
Rangos en las distintas convenciones para 8 bits



$$S/SG : 0 \leftrightarrow 255; \quad 0 \leftrightarrow (2^8 - 1)$$

$$C_M : -128 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7) \leftrightarrow +(2^7 - 1)$$

$$C_{M-1} : -127 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7 - 1) \leftrightarrow +(2^7 - 1)$$



C	1
V	1
S	0
Z	0
P	0

+ $\frac{-84}{-97}$	+ $\frac{-83}{-96}$	+ $\frac{172}{159}$
+75 ≠ -181	+76 ≠ -179	75 ≠ 331
C_M	C_{M-1}	S/SG

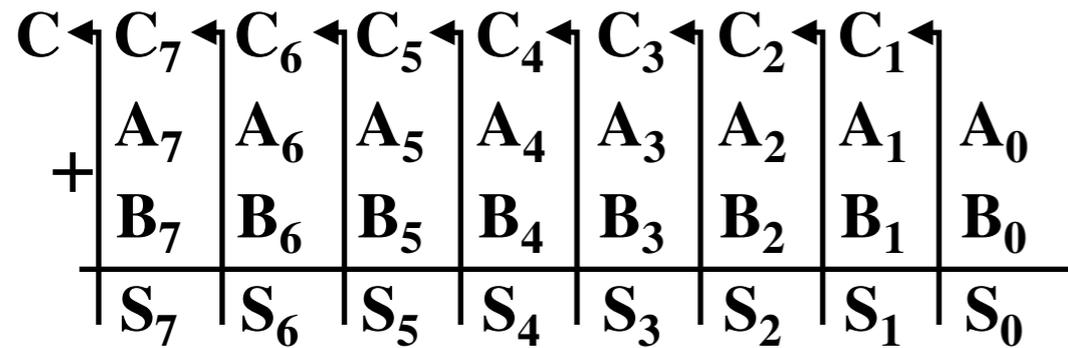
$$\begin{array}{r}
 10101100 = -84 \\
 + 10011111 = -97 \\
 \hline
 101001011 = +75 \neq -181
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10101100 = -83 \\
 + 10011111 = -96 \\
 \hline
 101001011 \\
 + = 1 \\
 \hline
 01001100 = +76 \neq -179
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 10101100 = 172 \\
 + 10011111 = 159 \\
 \hline
 101001011 = 75 \neq 331
 \end{array}$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

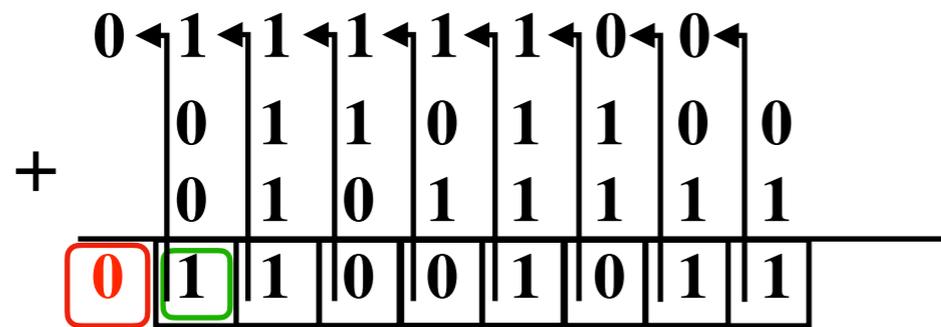
Rangos en las distintas convenciones para 8 bits



$$S/SG : 0 \leftrightarrow 255; \quad 0 \leftrightarrow (2^8 - 1)$$

$$C_M : -128 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7) \leftrightarrow +(2^7 - 1)$$

$$C_{M-1} : -127 \leftrightarrow +127; \quad -(2^7 - 1) \leftrightarrow +(2^7 - 1)$$



$$\begin{array}{r} +108 \\ +95 \\ \hline -53 \neq +203 \end{array}$$

C_M

$$\begin{array}{r} +108 \\ +95 \\ \hline -51 \neq +203 \end{array}$$

C_{M-1}

$$\begin{array}{r} +108 \\ +95 \\ \hline 203 \end{array}$$

S/SG

C	0
V	1
S	1
Z	0
P	1

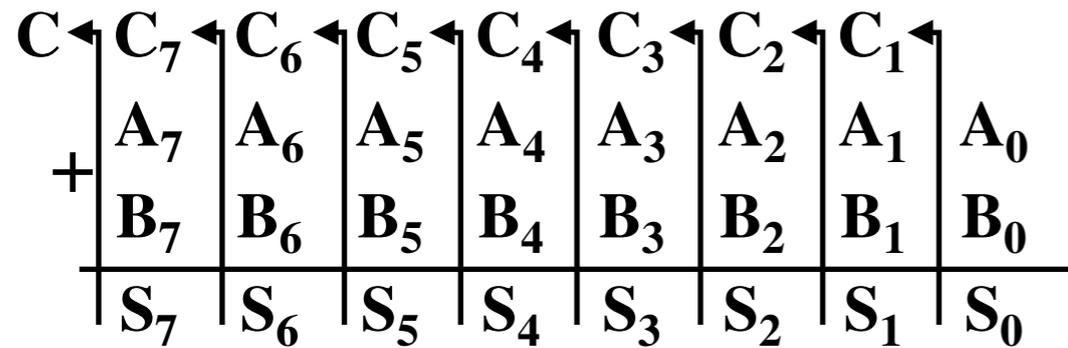
$$\begin{array}{r} 01101100 = +108 \\ + 01011111 = +95 \\ \hline 011001011 = -53 \neq 203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01101100 = +108 \\ + 01011111 = +95 \\ \hline 011001011 = -51 \neq 203 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 01101100 = 108 \\ + 01011111 = 95 \\ \hline 011001011 = 203 \end{array}$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

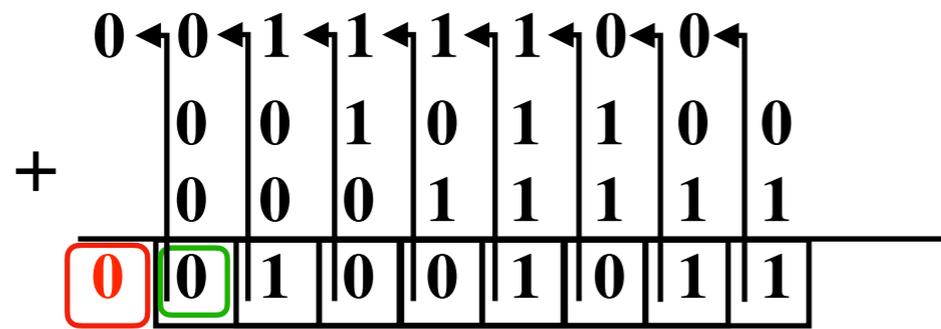
Rangos en las distintas convenciones para 8 bits



$$S/SG : 0 \longleftrightarrow 255; \quad 0 \longleftrightarrow (2^8 - 1)$$

$$C_M : -128 \longleftrightarrow +127; \quad -(2^7) \longleftrightarrow +(2^7 - 1)$$

$$C_{M-1} : -127 \longleftrightarrow +127; \quad -(2^7 - 1) \longleftrightarrow +(2^7 - 1)$$



$$+ \begin{array}{r} +44 \\ +31 \\ \hline +75 \end{array}$$

C_M

$$+ \begin{array}{r} +44 \\ +31 \\ \hline +75 \end{array}$$

C_{M-1}

$$+ \begin{array}{r} 44 \\ 31 \\ \hline 75 \end{array}$$

S/SG

C	0
V	0
S	0
Z	0
P	0

$$+ \begin{array}{r} 00101100 = +44 \\ 00011111 = +31 \\ \hline 001001011 = +75 \end{array}$$

$$+ \begin{array}{r} 00101100 = +44 \\ 00011111 = +31 \\ \hline 001001011 = +75 \end{array}$$

$$+ \begin{array}{r} 00101100 = 44 \\ 00011111 = 31 \\ \hline 001001011 = 75 \end{array}$$

SISTEMAS NUMÉRICOS

Ejercicio: Realizar las siguientes sumas usando registros de 6 bits, indicando para cada caso el contenido de los flags CVSZP (todos los números están expresados en complemento a 2): a) (011001)+(011011); b) (011000)+(000011); c) (101110)+(100101); d) (110111)+(101110); e) (011101)+(100011); f) (100101)+(010001); g) (011101)+(101100). Realizar interpretaciones en las otras convenciones.

Rangos en las distintas convenciones para 6 bits

$$C_M : -32 \leftrightarrow +31; \quad -(2^5) \leftrightarrow +(2^5 - 1)$$

$$S/SG : 0 \leftrightarrow 63; \quad 0 \leftrightarrow (2^6 - 1)$$

$$C_{M-1} : -31 \leftrightarrow +31; \quad -(2^5 - 1) \leftrightarrow +(2^5 - 1)$$

a)

C	0
V	1
S	1
Z	0
P	1

C_M	C_{M-1}	S/SG
$+25$	$+25$	25
$+27$	$+27$	27
$-12 \neq +52$	$-11 \neq +52$	52

b)

C	0
V	0
S	0
Z	0
P	0

C_M	C_{M-1}	S/SG
$+24$	$+24$	24
$+3$	$+3$	3
$+27$	$+27$	27

SISTEMAS NUMÉRICOS

c)

C	1
V	1
S	0
Z	0
P	1

C_M	C_{M-1}	S/SG
-18	-17	46
<u>+ -27</u>	<u>+ -26</u>	<u>+ 37</u>
+19 \neq -45	+20 \neq -43	19 \neq 83

d)

C	1
V	0
S	1
Z	0
P	1

C_M	C_{M-1}	S/SG
-9	-8	55
<u>+ -18</u>	<u>+ -17</u>	<u>+ 45</u>
-27	-25	-37 \neq 100

e)

C	1
V	0
S	0
Z	1
P	0

C_M	C_{M-1}	S/SG
+29	+29	29
<u>-29</u>	<u>-28</u>	<u>+ 35</u>
+ 0	+ 1	0 \neq 64

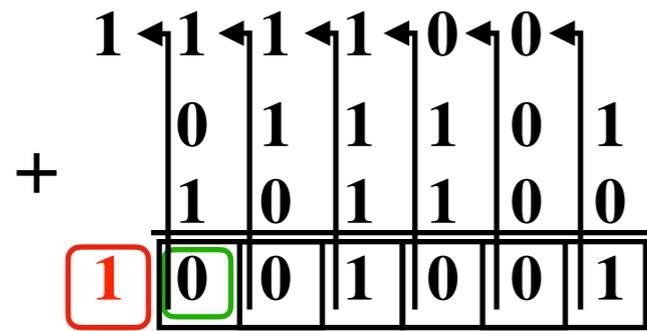
f)

C	0
V	0
S	1
Z	0
P	0

C_M	C_{M-1}	S/SG
-27	-26	37
<u>+17</u>	<u>+17</u>	<u>+19</u>
-10	-9	56

SISTEMAS NUMÉRICOS

g)



C	1
V	0
S	0
Z	0
P	0

$$\begin{array}{r}
 C_M \\
 +29 \\
 -20 \\
 \hline
 +9
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 C_{M-1} \\
 +29 \\
 -19 \\
 \hline
 +10
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 S/SG \\
 +29 \\
 +44 \\
 \hline
 9 \neq 73
 \end{array}$$